



经济管理系

教

案

课程名称：经济数学

教 师：林海如

总学时：48

上课班级：大数据与会计 251

授课学期：2025-2026 第一学期

授课时间	第 4-5 周	课 次	第 1-3 次
章 节 名 称	第一章 经济函数与极限 § 1.1 函数 1.2 经济函数		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	6
教 学 目 的 要 求	1.理解函数的概念,会求函数的值、定义域; 2.理解函数的基本性质(单调性,奇偶性,周期性,有界性); 3.理解复合函数的概念并会分析复合函数的结构; 4.理解初等函数的定义.		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点: 1.函数的概念和基本性质 2. 复合函数的概念 难点: 分析复合函数的结构.		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1.函数的概念</p> <p>定义1 设 D, R 为数集, x, y 为变量, 对于 $\forall x \in D, \exists!$ 确定的 $y \in R$ 与之对应, 称 y 是 x 的函数, 记作 $y = f(x)$.</p> <p>其中, D 为定义域, $W = \{f(x) x \in D\}$ 为值域, f 为函数符号, 表示 y 与 x 的对应法则.</p> <p>例1 已知 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 求 $f(0), f(x+1)$.</p> <p>例2 求下列函数的定义域</p> <p>(1) $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$ (2) $f(x) = \sqrt{x+3} + \ln(x-2)$</p> <p>练习 1</p> <p>2.分段函数</p> <p>例3 设 $f(x) = \begin{cases} x-1 & (-1 < x \leq 0) \\ x^2 & (0 < x \leq 1) \\ 3-x & (1 < x \leq 2) \end{cases}$,</p> <p>(1)求此函数的定义域; (2)求 $f(-\frac{1}{2}), f(\frac{1}{2}), f(\frac{3}{2})$.</p> <p>练习 2</p> <p>3.函数的几种特征</p> <p>(1) 单调性 (2) 奇偶性 (3) 周期性 (4) 有界性</p>			

4.反函数

例 4 求 $y = x^2 (x \geq 0)$ 的反函数.

5. 基本初等函数

6.复合函数

定义 2 如果对于函数 $y = f(u), u = \varphi(x)$, 且函数 $u = \varphi(x)$ 的值域 W_u 全部或部分包含在 $y = f(u)$ 的定义域 D_u 内,我们把 y 叫做 x 的复合函数.记作 $y = f[\varphi(x)]$.

其中 u 为中间变量, $y = f(u)$ 称为外部函数, $u = \varphi(x)$ 称为内部函数.

结合以下例子说明:

例 5 指出下列复合函数的结构

(1) $y = \sin 3x$ (2) $y = (3x + 5)^8$

练习 3

7. 初等函数

定义 3 由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合运算构成的,可以用一个解析式表达的函数,叫做初等函数.

复习思考题、作业题:

P14-9

下次课预习要点

理解极限的概念。

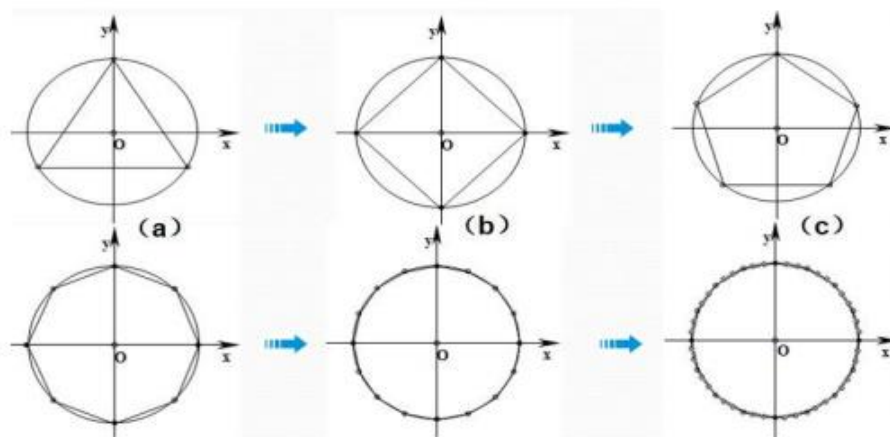
教 学
后 记

授课时间	第 6 周	课 次	第 4-5 次
章 节 名 称	§ 1.3 极限的概念		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	4
教 学 的 目 的 要 求	思政目标： 通过割圆术，让学生了解中国在数学领域的成就，增强文化自信与民族自豪感。 知识与能力目标： 1.理解数列极限与函数极限的描述性定义； 2.会通过图像观察简单数列和函数的极限； 3.了解数列极限的性质； 4.理解函数的左右极限的概念,并会判断分段函数在分段点处的极限是否存在。 5.理解函数的连续性		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点：函数极限意义的理解 难点： $x \rightarrow x_0$ 时极限的意义 判断函数的连续性		

教学步骤及内容：

课题引入（思政）

介绍我国古代数学家刘徽计算圆的周长的过程。



设计意图：一方面让学生体会数学思想过程：在无限的过程中，将未知化为已知，即极限的思想；另一方面，介绍我国数学家刘徽，让学生了解中国在数学领域的成就，增强文化自信和民族自豪感。

1.数列的极限

定义 1 对于数列 $\{x_n\}$, 当 n 无限增大时, 若 x_n 无限趋近于一定常数 A , 则称 n 趋于无穷大时, 数列 $\{x_n\}$ 以 A 为极限. 记作 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$, 或 $x_n \rightarrow A (n \rightarrow \infty)$. 亦称数列 $\{x_n\}$ 收敛于 A , 若 $\{x_n\}$ 没有极限, 则

称 $\{x_n\}$ 发散.

例 1 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n}$.

2. 函数的极限

对于任意函数, 自变量 x 的变化受定义域的制约, 且 x 是连续变化的, 可分为以下两种:

$$\begin{cases} x \rightarrow \infty & \text{即 } |x| \text{ 无限增大时, } f(x) \text{ 的变化趋势;} \\ x \rightarrow x_0 & \text{即 } x \text{ 无限趋近于定点 } x_0 \text{ 时, } f(x) \text{ 的变化趋势.} \end{cases}$$

(1) $x \rightarrow \infty$

$|x|$ 无限增大, 意味着 $x > 0$ 时, $x \rightarrow +\infty$; $x < 0$ 时, $x \rightarrow -\infty$.

例 2 求 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

例 3 求 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

例 4 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

定理 1 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$.

练习 1

(2) $x \rightarrow x_0$

定义 2 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 的某一空心邻域 $N(\hat{x}_0, \delta)$ 内有定义, 当 $x \in N(\hat{x}_0, \delta)$ 且无限趋

近于 x_0 时, 相应的函数值无限趋近于常数 A , 则称 A 为 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限.

记作 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ (或 $f(x) \rightarrow A (x \rightarrow x_0)$).

例 5 根据定义说明

(1) $\lim_{x \rightarrow x_0} x = x_0$ (2) $\lim_{x \rightarrow x_0} C = C$

例 6 设 $f(x) = \begin{cases} x + 2 & (x \geq 1) \\ 3x & (x < 1) \end{cases}$, 画出该函数的图像, 并讨论 $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 是否存在.

定理 2 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$

一般的, 分析分段函数在分段点处的极限需分别考虑函数的左右极限.

练习 2

3. 连续函数的概念

(1)函数的增量 Δu

定义 1 如果变量 u 从初值 u_0 变到终值 u_1 , 则终值-初值称作变量 u 的增量, 又叫改变量. 记作 Δu , 即

$$\Delta u = u_1 - u_0.$$

(2)函数在 x_0 处的连续性

定义 2 设 $y = f(x)$ 在 $N(x_0, \delta)$ 有定义, 当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 若 $\Delta y \rightarrow 0$, 即:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} [f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)] = 0,$$

则称函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续.

定义 3 若 $y = f(x)$ 在 $N(x_0, \delta)$ 有定义, 且

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

则称函数 $f(x)$ 在 x_0 处连续.

函数在某点处连续性的定义表明: 函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处连续必须同时满足三个条件:

- 1) $f(x)$ 在 x_0 处有定义;
- 2) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在;
- 3) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$.

例 1 用定义证明 $y = x^3$ 在定义域内的连续性.

例 2 证明 $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & (x \leq 0) \\ \cos x & (x > 0) \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续.

定义 4 若 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$, 则称 $y = f(x)$ 在 x_0 处右连续;

若 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$, 则称 $y = f(x)$ 在 x_0 处左连续.

定理 1 $f(x)$ 在 x_0 处连续 $\Leftrightarrow f(x)$ 在 x_0 处左、右连续

(3)函数的间断点的分类

(1)**定义 6** 设函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 的空心领域内有定义, 如果函数 $f(x)$ 有下列三种情况之一:

- 1) $f(x)$ 在 x_0 处没有定义;

2) $f(x)$ 在 x_0 处有定义,但 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在;

3) $f(x)$ 在 x_0 处有定义,且 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在,但 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$.

则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不连续,点 x_0 称为 $f(x)$ 的不连续点或间断点.

(2)分类

通常间断点分成两大类: 第一类间断点和第二类间断点

定义 7 若 x_0 为 $y = f(x)$ 的间断点,且 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x)$ 和 $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x)$ 存在,则称 x_0 为 $f(x)$ 的第一类间断

点.(包括跳跃间断点和可去间断点)

定义 8 不是第一类间断点的任何间断点成为第二类间断点.

练习

复习思考题、作业题:

P30-4 (2)

下次课预习要点

极限的四则运算法则

教 学
后 记

授课时间	第 7-8 周	课 次	第 6-7 次
章 节 名 称	§ 1.4 极限的运算 1.5 复利与贴现		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	4
教 学 目 的 要 求	1.掌握极限的四则运算法则 2.会求几类分式函数的极限 3.掌握两个重要极限内容并熟练运用.		
教 学 方 法	讲练结合法		
教 学 重 点 难 点	重点: $\frac{0}{0}$ 型函数求极限的方法; 难点: 函数形式的变形		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1.极限的四则运算法则</p> <p>若 $\lim f(x) = A, \lim g(x) = B$, 则</p> <p>法则 1 $\lim [f(x) \pm g(x)] = A \pm B$,</p> <p>法则 2 $\lim [f(x)g(x)] = AgB$,</p> <p>法则 3 $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{A}{B} (B \neq 0)$</p> <p>2.例题与练习</p> <p>例 1 求 $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 2)$</p> <p>例 2 求 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x^2 - 3x + 1}{2x^2 - 6x + 4}$</p> <p>例 3 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{x^2 - 5x + 4}$</p> <p>例 4 求下列函数极限</p> <p>(1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$ (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$</p> <p>练习</p> <p>6.两个重要极限</p> <p>(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$</p> <p>例 5 求下列函数的极限</p>			

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$$

练习 2

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

例 6 求下列函数极限

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^{2x+5}$$

练习 3

复习思考题、作业题：

P35- (4) (8)

下次课预习要点

两类重要极限

教 学
后 记

授课时间	第 8 周	课 次	第 8 次
章 节 名 称	习题课		
授 课 方 式	理论课 ()、实践课 ()、习题题 (<input checked="" type="checkbox"/>)、其它 ()	教学 时数	2
教 学 目 的 要 求	1.巩固极限的计算技巧 2.巩固函数的连续性		
教 学 方 法	讲练结合法		
教 学 重 点 难 点	重点：极限的运算 难点：函数间断点的求法及分类		
教学步骤及内容： 1.完成课本 P35-36 相关复习题。 2.评讲习题。 3.总结方法。			
复习思考题、作业题： P36-7			
下次课预习要点 导数的概念（思考与函数连续性概念的联系）			
教 学 后 记			

授课时间	第 9 周	课 次	第 9 次
章 节 名 称	第二章 导数与微分 § 2.1 导数的概念		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 ()、习题课 ()、其它 ()	教学时数	2
教 学 的 目 的 要 求	1.掌握导数的定义,理解它的几何意义、物理意义; 2.掌握用定义求导数的三个步骤; 3.熟练掌握用导数求曲线在某点处的切线方程和法线方程; 4.理解可导与连续的关系。		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点: 导数的定义及其几何意义 难点: 导数的定义		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1.导数的概念</p> <p>(1) 物理意义</p> <p>(2) 导数的定义</p> <p>定义 1 设 $y = f(x)$ 在 $N(x_0, \delta)$ 内有定义, 若 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ 存在, 则称此极限为 $y = f(x)$ 在 x_0 的导数, 记作</p> $f'(x_0) \text{ 或 } y' _{x=x_0} \text{ 或 } \left. \frac{dy}{dx} \right _{x=x_0} \text{ 或 } \left. \frac{df(x)}{dx} \right _{x=x_0},$ <p>并称 $f(x)$ 在 x_0 可导; 若极限不存在, 则称 $f(x)$ 在 x_0 不可导。</p> <p>例 1 求 $y = x^2 + 3$ 在 $x_0 = 3$ 处的导数。</p> <p>(3) 导数的几何意义</p> <p>(4) 左(右)导数</p> <p>定理 1 $f'(x_0) = A \Leftrightarrow f'(x_0 + 0) = f'(x_0 - 0) = A$</p> <p>例 2 判断 $y = x$ 在 $x_0 = 0$ 处的导数是否存在?</p> <p>2.可导与连续的关系</p> <p>定理 2 如果函数 $y = f(x)$ 在 x_0 点可导, 则函数在 x_0 点一定连续。</p> <p>3 导函数</p> <p>(1) 定义</p> <p>(2) 导函数与导数值的关系</p>			

$y = f(x)$ 在 x_0 的导数, 即为导函数 $f'(x)$ 在 x_0 的导数值。

也即 $f'(x_0) = f'(x)|_{x=x_0}$

例 3 求 $y = C$ 的导数。

(4) 几个基本初等函数的导数

$$C' = 0$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1} \quad \text{特别地} \quad x' = 1 \quad (x^n)' = nx^{n-1} \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -\frac{n}{x^{n+1}} \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \quad \text{特别地} \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x \quad (\cos x)' = -\sin x$$

4. 切线方程与法线方程

(1) 切线方程

由导数的几何意义可知:

$f'(x_0)$ 表示曲线 $y = f(x)$ 在点 $M(x_0, y_0)$ 的切线斜率。

1) 若 $f'(x_0) = k$ 存在, 则切线方程为: $f(x) - f(x_0) = k(x - x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

2) 若 $f'(x_0) = \infty$, 则切线方程为: $x = x_0$

例 4 求曲线 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 在 $(1, 1)$ 处的切线方程。

(2) 法线方程

复习思考题、作业题:

P51-3

下次课预习要点

导数运算的四则运算法则

教 学
后 记

授课时间	第 10-11 周	课 次	第 10-12 次
章 节 名 称	§ 2.2 导数的运算		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	6
教 学 的 目 的 要 求	1.熟练掌握导数的四则运算法则; 2.掌握导数的复合运算法则;		
教 学 方 法	讲练结合法		
教 学 重 点 难 点	重点: (1) 四则运算法则的熟练运用; (2) 复合函数的分解与法则的运用 难点: 分析复合函数的结构		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1.四则运算法则:</p> <p>例 1 已知 $y = x^4 + \sin x - \ln 3$, 求 y'。</p> <p>例 2 设 $y = \sin x \ln x$, 求 y'。</p> <p>例 3 设 $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 3}$, 求 $f'(1)$。</p> <p>练习 1: 求下列函数的导数</p> <p>(1) $y = 3x^2 - \frac{2}{x^2} + 5$ (2) $y = x^2(2 + \sqrt{x})$</p> <p>2.复合函数求导法则</p> <p>若 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 处可导, $y = f(u)$ 在 u_0 处可导, 且 $u_0 = \varphi(x_0)$, 则 $y = f[\varphi(x)]$ 在 x_0 处也可导, 且</p> $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$ <p>也可记为: $y'_x = y'_u \mathbf{g}u'_x$ 或 $y'(x) = f'(u)\mathbf{g}f'(x)$。</p> <p>例 5 求下列函数的导数。</p> <p>(1) $y = \sin^2 x$ (2) $y = (1 + x^2)^5$</p> <p>练习 2: 求下列函数的导数</p> <p>(1) $y = (2x - 3)^6$ (2) $y = \ln(1 - 2x)$</p> <p>例 6 $y = (x + 1)\sqrt{3 - 4x}$, 求 y'。</p>			

练习 3: 设 $y = \frac{\sin^2 x}{\sin x^2}$, 求 y' 。

3. 高阶导数

若函数 $y = f(x)$ 的导数 $f'(x)$ 可导, 则称 $f'(x)$ 的导数为 $f(x)$ 的二阶导数。记为

y'' , 或 $f''(x)$, 或 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 或 $\frac{d^2 f}{dx^2}$ 。

例 1 设 $y = 2x^2 + \ln x$, 求 y'' 。

练习 1: 设 $y = x \cos x$, 求 y'' 。

例 2 求 $y = x^n$ 的 n 阶导数和 $n+1$ 阶导数。

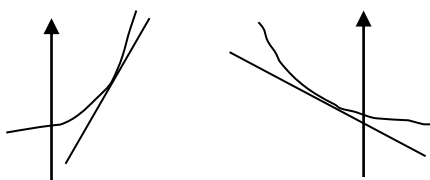
复习思考题、作业题:

P55(2), P56-4 (2)

下次课预习要点

如何运用导数求单调性

教 学
后 记

授课时间	第 12 周	课 次	第 13 次
章 节 名 称	§ 3.3 函数的极值		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 目 的 要 求	1.掌握函数单调性的判别定理, 2.会求函数的单调区间; 3.理解极值的定义,会求函数的极值;		
教 学 方 法	讲练结合法		
教 学 重 点 难 点	重点: 函数的单调性 难点: 极值点的分析		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1.函数单调性的判断</p> <p>(1)几何背景</p> <p>结合图像及导数的几何意义分析,从而引出函数单调性的判定定理</p>  <p>(2)定理</p> <p>定理 1 设函数 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导,</p> <p>1)若 $\forall x \in (a,b)$, 有 $f'(x) > 0$, 则 $f(x)$ 在 (a,b) 上单调增加;</p> <p>2)若 $\forall x \in (a,b)$, 有 $f'(x) < 0$, 则 $f(x)$ 在 (a,b) 上单调减少.</p> <p>利用拉格朗日定理简单说明该定理的正确性.</p> <p>例 1 判断 $y = x - \sin x$ 在 $(0, 2\pi)$ 上的单调性.</p> <p>例 2 确定函数 $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ 的单调区间</p> <p>练习 求下列函数的单调区间</p> <p>(1) $y = e^x - x - 1$ (2) $y = x^2 - \ln x^2$</p> <p>例 4 当 $x > 0$ 时, 试证 $x > \ln(1+x)$ 成立</p> <p>1.函数的极值</p> <p>(1)定义 1:</p> <p>设 $f(x)$ 在 $N(x_0, \delta)$ 内有定义, 且 $\forall x \in N(\hat{x}_0, \delta), f(x) < f(x_0)$, 则称 $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的一个极大值, x_0 称为极大值点; 若 $f(x) > f(x_0)$, 则称 $f(x_0)$ 为 $f(x)$ 的一个极小值, x_0 称为极大值点.</p> <p>(2)极值的必要条件</p>			

结合图像说明,取得极值处,或者切线水平,或者无切线;反之,有水平切线的地方,不一定有极值.

定理 2 若 $f(x)$ 在 x_0 点有极值 $f(x_0)$, 且 $f'(x_0)$ 存在, 则 $f'(x_0)=0$.

(3)极值的第一充分条件

定理 3 设函数 $f(x)$ 在 $N(x_0, \delta)$ 内连续, 在 $N(\overset{\wedge}{x_0}, \delta)$ 可导,

(1) 当 $x \in (x_0 - \delta, x_0)$ 时, $f'(x_0) > 0$, 当 $x \in (x_0, x_0 + \delta)$ 时, $f'(x_0) < 0$, 则函数在 x_0 点有极大值;

(2) 当 $x \in (x_0 - \delta, x_0)$ 时, $f'(x_0) < 0$, 当 $x \in (x_0, x_0 + \delta)$ 时, $f'(x_0) > 0$, 则函数在 x_0 点有极小值;

(3) 当 $x \in (x_0 - \delta, x_0)$ 和 $x \in (x_0, x_0 + \delta)$ 时, $f'(x_0)$ 不变号, 则函数在 x_0 点没有极值.

例 1 求函数 $y = x^3 - 3x$ 的极值.

例 2 求函数 $y = \sqrt[3]{x^2}$ 的极值.

练习 1 求函数 $y = e^x - x - 1$ 的极值.

复习思考题、作业题:

P67-1 (3)

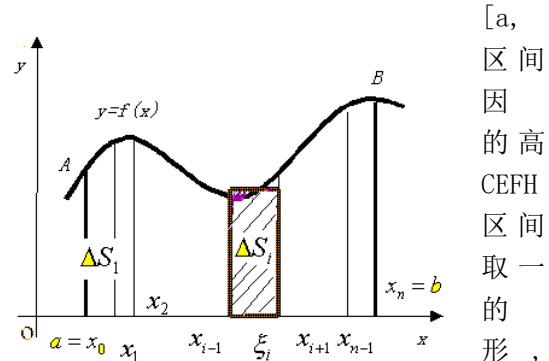
下次课预习要点

函数的极值与最值的区别

教 学
后 记

授课时间	第 12 周	课 次	第 14 次
章 节 名 称	§ 2.6 最优化分析		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 目 的 要 求	1.掌握极值的必要条件和两个充分条件; 2.会求函数的最值.		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点: 最值的求解 难点: 极值与最值的区别		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1. 极值问题</p> <p>(4)函数极值的第二充分条件</p> <p>定理 4 设 $f'(x_0)=0$, $f''(x_0)$ 存在, 则</p> <p>(1)如果 $f''(x_0) > 0$, 则 $f(x)$ 在 x_0 点有极小值 $f(x_0)$;</p> <p>(2)如果 $f''(x_0) < 0$, 则 $f(x)$ 在 x_0 点有极大值 $f(x_0)$.</p> <p>2.最值问题</p> <p>(1)定义 2:</p> <p>对于函数 $f(x)$, x_0 是区间 I 上的一点, 若 $\forall x \in I$, 都有</p> <p>1) $f(x) \leq f(x_0)$, 则称 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 在区间 I 上的最大值, x_0 为最大值点;</p> <p>2) $f(x) \geq f(x_0)$, 则称 $f(x_0)$ 是 $f(x)$ 在区间 I 上的最小值, x_0 为最小值点.</p> <p>例 3 求函数 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值与最小值.</p> <p>3.习题课</p> <p>一、完成 P79-80 复习题三相关题目</p> <p>二、评讲复习题</p> <p>三、总结方法。</p>			
复习思考题、作业题: P76-2			
下次课预习要点 复习题 3			
教 学 后 记			

授课时间	第 13 周	课 次	第 15 次
章 节 名 称	第 3 章 积分及其经济应用 3.1 定积分的概念		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 ()、习题题 ()、其它 ()	教学时数	2
教 学 目 的 要 求	1. 了解定积分的概念及几何意义; 2. 理解定积分的性质		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点: 定积分的概念; 难点: 定积分的概念		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1. 曲边梯形的面积</p> <p>定义 1: 在直角坐标系中, 由一条连续曲线 $y=f(x)$ 和三条直线 $x = a$、$x = b$ 和 $y = 0$ (x 轴) 所围成的图形, 称为曲边梯形, 如右图 AabBA (与直边梯形 AabB 的区别) .</p> <p>问题: 当 $y = f(x) \geq 0$ 时, 曲边梯形 AabB 的面积怎么求呢?</p> <p>中学里会求直边多边形 (特别是矩形) 的面积, 下面利用矩形的面积来求曲边梯形 AabB 的面积.</p> <p>分析: 问题的难度在于曲边梯形 AabB 的高对整个区间 $[a, b]$ 来说是一个变量, 其最大值与最小值之差较大; 从 $[a, b]$ 的一个局部 (小区间) 来看, 它也是一个变量; 但 $f(x)$ 连续, 从而当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, $\Delta y \rightarrow 0$, 故可将此区间近似看为一个常量, 从而此区间对应的小窄曲边梯形的面积近似等于小窄矩形 DEFH 的面积. 因而, 如果把 $[a, b]$ 任意地划分为 n 个小区间, 并在每一个区间上任取一点, 再以该点的高来近似代替该小区间上窄曲边梯形高, 从而每个窄曲边梯形就可近似地视为一个小窄矩形, 而且全部窄矩形的面积之和也可作为曲边梯形面积的近似值. 要想得精确值, 只需区间 $[a, b]$ 的分法无限细密 (即每个小区间的长度 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 全部窄矩形的面积之和的极限一定是曲边梯形面积的精确值. 从而可用下述方法和步骤来求曲边梯形的面积:</p> <p>第一步: 分割:</p> <p>用分点 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ 将区间 $[a, b]$ 任意地划分为 n 个小区间, 每个小区间的长度为 $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$, 过每个分点作垂直于 x 轴的直线, 将曲边梯形分成 n 个窄曲边梯形.</p> <p>第二步: 近似、求和:</p> <p>小矩形面积 \approx 小曲边梯形面积, 即 $\Delta S_i \approx f(\xi_i) \Delta x_i$, $x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i$, 所以,</p> $S = \sum \Delta S_i = \sum f(\xi_i) \Delta x_i .$			



第三步：求极限.

记各小区间的最大长度为 $\lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \{\Delta x_i\}$ ，当分点数 n 无限增大且各小区间的最大长度

$\lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \{\Delta x_i\} \rightarrow 0$ 对上述和式取极限就得曲边梯形的面积，即

$$S = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ (n \rightarrow \infty)}} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

上述问题抽象出它的一般形式，就得到定积分的概念.

2. 定积分的定义：

(1) 定义

设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有定义，点 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ 将区间 $[a, b]$ 任意地划分为 n 个小区间；

每个小区间的长度为 $\Delta x_i = x_i - x_{i-1}$ ，在每个小区间上任取一点 $\xi_i (x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i)$ 作和式

$S_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ ，若当 $\lambda = \max_{1 \leq i \leq n} \{\Delta x_i\} \rightarrow 0$ 时， S_n 有确定的极限值 S ，且 S 与区间 $[a, b]$ 的分法和 ξ_i 的取

法无关，则称函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上可积，并称此极限值 S 为 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的定积分，记为

$\int_a^b f(x) dx$ ，即

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ (n \rightarrow \infty)}} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i.$$

其中 $f(x)$ 为被积函数， $f(x) dx$ 称为被积表达式， x 称为积分变量， a 称为积分下限， b 称为积分上限， $[a, b]$ 称为积分区间， $S_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$ 称为积分和.

(2) 曲边梯形的面积的定积分表示：

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

3. 定积分的几何意义

当 $f(x) \geq 0$ 且 $a < b$ 时，定积分 $\int_a^b f(x) dx$ 表示一个在 x 轴上方的曲边梯形的面积.

当 $f(x) < 0$ 且 $a < b$ 时，定积分 $\int_a^b f(x) dx$ 表示一个在 x 轴下方的曲边梯形的面积的相反数.

当 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上有正有负时，定积分 $\int_a^b f(x) dx$ 的值就是 x 轴上方的曲边梯形的面积与 x 轴下方的曲边梯形的面积的代数和.

4. 定积分的基本性质

复习思考题、作业题：

P87-3

下次课预习要点 P93-4 (2) (6)	
教 学 后 记	

授课时间	第 14-15 周	课 次	第 16-18 次
章 节 名 称	3.2 微积分的基本公式		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学 时数	6
教 学 的 要 求	1. 理解原函数与不定积分的概念; 2. 理解不定积分的性质和几何意义;		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点:基本积分公式; 难点:不定积分的求法		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1. 原函数与不定积分的概念</p> <p>(1)原函数的定义</p> <p>定义 1 若在区间 I 内, $F'(x) = f(x)$, 或 $dF(x) = f(x)dx$, 则称 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的一个原函数.</p> <p>(2)不定积分的定义</p> <p>定义 2 如果 $F(x)$ 是 $f(x)$ 在区间 I 上的一个原函数, 则 $F(x) + C$ 称为 $f(x)$ 在区间 I 上的不定积分, 记为 $\int f(x)dx$. 即</p> $\int f(x)dx = F(x) + C$ <p>其中 “\int” 称为积分号, $f(x)$ 称为被积函数, $f(x)dx$ 称为被积表达式, x 称为积分变量.</p> <p>例如 $\int 2x dx = x^2 + C$, $\int \sin x dx = -\cos x + C$</p> <p>例 1 求下列函数的不定积分</p> <p>(1) $f(x) = 3x^2$; (2) $\int \frac{1}{x} dx$;</p>			

练习 1 (课后练习题 1)

练习 2 (课后练习题 3)

- 2. 基本积分公式
- 3. 不定积分的几何意义

例 2 求经过点(2,5), 且切线斜率为 $2x$ 的曲线方程.

练习 3 课后练习题 4

4. 不定积分的性质

性质 1: 求不定积分运算与求导或微分运算是互逆运算;

$$\left(\int f(x)dx\right)' = f(x); \quad d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx;$$

$$\int f'(x)dx = f(x) + C; \quad \int dF(x) = F(x) + C.$$

性质 2: 常量因子可以提到积分号的外面; $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx, k \neq 0$

性质 3: 两个函数代数和的积分等于函数积分的代数和.

$$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx \text{ (此公式可推广到 } n \text{ 个的情形)}$$

练习 4 课后练习题 2

4. 微积分基本性质

定理 3 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 函数 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, 则

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

例 5 求下列定积分

$$(1) \int_0^1 x dx \quad (2) \int_1^2 \frac{1}{x} dx \quad (3) \int_{-1}^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

练习 3 课后练习题 3

复习思考题、作业题:

P85-2 (3) (6)

下次课预习要点

如何凑微分

教 学
后 记

授课时间	第 16 周	课 次	第 19-20 次
章 节 名 称	3.3 换元积分法		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	4
教 学 的 目 的 要 求	1. 掌握不定积分的第一类换元法; 2. 了解不定积分的第二类换元法.		
教 学 方 法	讲授法		
教 学 重 点 难 点	重点: 第一类换元积分法 难点: 如何凑微分		
<p>教学步骤及内容:</p> <p>1. 第一类换元积分法 (凑微分法)</p> <p>(1) 引例</p> <p>求 $\int \cos 2x dx$</p> <p>(2) 第一类换元积分法 (凑微分法):</p> <p>若 $\int f(x) dx$ 可视为 $\int g[\varphi(x)]\varphi'(x) dx$ 的形式, (令 $u = \varphi(x)$), 且 $g(u)$ 有原函数 $F(u)$, $u = \varphi(x)$ 可导, 则有第一类换元积分法:</p> $\int f(x) dx = \int g[\varphi(x)]\varphi'(x) dx$ $\underline{\underline{\text{令 } u = \varphi(x)}} \int g(u) du = F(u) + C$ $\underline{\underline{\text{代回 } u = \varphi(x)}} F[\varphi(x)] + C$ <p>(3) 例题及练习</p> <p>例 1 求 $\int (x-2)^6 dx$</p> <p>例 2 求 $\int \frac{1}{7x+3} dx$</p> <p>练习 1 求下列不定积分</p> <p>1) $\int e^{5x+1} dx$ 3) $\int \frac{1}{(1+2x)^2} dx$</p> <p>小结 1: 若被积函数为 $f(ax+b)$ 的形式, 可令 $u = ax+b$</p> <p>例 2 求 $\int 2xe^{-x^2} dx$</p>			

例 3 求 $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$

例 4 求 $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

练习 2: 求下列不定积分

1) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} dx$ 2) $\int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$ 3) $\int x \sin(x^2+1) dx$

小结 2: 若被积函数为 $x^{k-1} f(x^k+b)$ 的形式, 则可令 $u = x^k + b$

例 5 求下列不定积分

1) $\int e^x \sin e^x dx$ 2) $\int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx$ 3) $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

小结 3: 若被积函数是 $\varphi'(x) f[\varphi(x)]$ 的形式, 可令 $u = \varphi(x)$

(4) 常见的凑微分公式 (教材 P 124)

2. 第二类换元积分法;

复习思考题、作业题:

求下列不定积分

1) $\int \frac{e^x}{1+e^x} dx$ 2) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$

下次课预习要点

复习第三章

教 学
后 记

授课时间	第 17-18 周	课 次	第 21-23 次	
章 节 名 称	第 3 章 习题课 总复习			
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题题 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)		教学 时数	6
教 学 目 的 要 求	1.巩固不定积分的求解方法 2.巩固定积分的求法			
教 学 方 法	讲练结合法			
教 学 重 点 难 点	重点：不定积分的求法 难点：判断不定积分的类型			
教学步骤及内容： 一、完成复习题 3 指定题目 二、点评习题 三、总结方法				
复习思考题、作业题： 抄写不定积分基本公式				
下次课预习要点 全面复习				
教 学 后 记				