

教 案

系（部）： 师范教育系

讲授课程： 数学史

任课教师： 梁庭欢

专业班级： 小学教育 241

授课学期： 2025--2026 学年第二学期

揭阳职业技术学院师范教育系

2026 年 3 月

授课时间	第 1 周	课 次	第 1 次
章 节 名 称	绪言 第 1 章 中国古代数学		
授 课 方 式	理论课 (√)、实践课 ()、习题课 ()、其它 ()	教学时数	2
教 学 的 目 的 要 求	1、掌握中国古典数学的代表作——《九章算术》； 2、理解中国古代解方程（组）的独特解法——盈不足术； 3、了解中国古代数学家刘徽、祖冲之等的主要数学成就； 4、理解中国古代数学家对不定方程的探索过程；		
教 学 方 法	讲解法		
教 学 重 点 难 点	重点：中国古代数学家刘徽、祖冲之等的主要数学成就。 难点：中国古代数学家对不定方程的探索过程。		
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">绪言</p> <p>1、读绘本《汉声数学——数是怎么来的》：数的起源与发展依次经历了 5 个阶段 配对、比较、命名、排序、数数儿</p> <p>2、教材 P2 认识比较古埃及、古巴比伦、中国与希腊的数字</p> <p>3、教材 P3 学习数学史的意义</p> <p>4、教材 P4 数学史的分期</p> <p>5、教材 P5 中国数学史的分期</p> <p style="text-align: center;">第 1 章 中国古代数学</p> <p>1、“左规矩、右准绳”中揭示了圆规、直角尺、铅垂等几何工具</p> <p>2、教材 P8 筹算记数</p> <p>3、教材 P8 《墨经》几何概念</p> <p>4、《周髀算经》是我国现存的古代数学著作中成书最早的一部，内有关于勾股定理的论述。</p> <p>5、《九章算术》内容简介 P11 第一段、P12 方程术的例子</p> <p>6、汉晋时期的著名数学家：赵爽、刘徽、祖冲之</p> <p>赵爽：中国数学史上最先完成勾股定理证明的数学家。</p> <p>刘徽：《九章算术注》，割圆术，$\pi \approx 3.14$ 即 $\frac{157}{50}$ (徽率)</p> <p>祖冲之：$3.1415926 < \pi < 3.1415927$，《缀术》，约率 $\frac{22}{7}$，密率 $\frac{355}{113}$</p> <p>祖暅：祖氏原理 即西方的卡瓦列利原理</p> <p>祖冲之父子求得球体积公式：$V_{球} = \frac{4}{3}\pi r^3$</p> <p>7、教材 P22 算经十书指哪十部？</p> <p>8、思考教材 P23 “百鸡问题”</p> <p>9、教材 P24 宋元时期的中国数学</p> <p>黄金时代 宋元四大家：杨辉、秦九韶、李冶、朱世杰</p>			

参考课外阅读材料：学习通上的词条《宋元数学四大家》 教材 P32 李冶的天元术列方程 10、中国传统数学向西方数学的转变 明代：徐光启与意大利传教士利玛窦合作翻译《几何原本》前 6 卷 清代：李善兰与英国传教士伟烈亚力合作译完了《几何原本》后 9 卷，还译了《代数学》、《代微积拾级》等。			
复习思考题、作业题： 1、阅读学习通上的词条《宋元数学四大家》 2、整理第 1 章的课堂笔记			
下次课预习要点 第 2 章 古代埃及和巴比伦数学			
教 学 后 记	以往上《数学史》这门课，同学们似乎感觉有点无聊无趣，还没有意识到这门课的作用以及它与自己的关系。这个学期我决心改进教学方法，课堂尽量不板书记笔记，而把这个任务留给同学们课后完成并检查，这样促使同学们课堂认真听讲，积极参与课堂。		
授课时间	第 2~3 周	课 次	第 2~3 次
章 节 名 称	第 2 章 古代埃及和巴比伦数学		
授 课 方 式	理论课 (√)、实践课 ()、习题课 ()、其它 ()	教学时数	4
教 学 的 目 的 要 求	1、掌握数与形概念的产生。重点了解记数的方法，突出中国十进位值制的历史地位和功绩。 2、了解古代埃及数学和美索不达米亚数学，重点认识古埃及的“测地术”。		
教 学 方 法	讲解法、练习法		
教 学 重 点 难 点	重点：中国十进位值制的历史地位和功绩。 难点：古埃及的“测地术”		
教学步骤及内容： 1、河谷文明 中国：黄河、长江 印度：印度河、恒河 埃及：尼罗河 美索不达米亚(古巴比伦)：底格里斯河、幼发拉底河 2、海洋文明：古希腊 3、埃及数学：观看视频(BBC 纪录片《数学的故事》第一集 宇宙语言) 纸草书：莱茵德纸草书、莫斯科纸草书 象形文字：十进制、无位值概念 思考题：把数 12345 写成埃及象形文字 记录分数：把 9 块面包平均分给 10 个人			

$$\frac{9}{10} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

金字塔代表了埃及数学发展的高水平，涉及对称、黄金分割比例、勾股定理等知识。

埃及人擅长计算、测量，没有命题证明的思想。

求圆周率：把放满边长为 8 的正方形的小石子转移至半径为 4.5 的圆形，发现小石子刚好放满了圆形区域。 $8^2 = \pi \cdot 4.5^2$ ， $\pi \approx 3.16$ 。

4、古巴比伦数学

楔形文字、泥版、60 进制(比如今天的时钟)

思考：(1)把 60 进制的 111 化成十进制，会是多少？

(2)查找资料，梳理“0”的产生与发展。

古巴比伦人长于计算、测量。

二次方程的例子：一块长方形的地面积为 55，已知长边比短边长 6，求短边的长。

普林顿 322 号泥版，出现了勾股数。

复习思考题、作业题：

1、整理第 1 章的课堂笔记

2、把 60 进制的 111 化成十进制，会是多少？

3、查找资料，梳理“0”的产生与发展。

下次课预习要点

第 3 章 古希腊数学

教 学 后 记	这次课有借助视频教学，边给学生播放 BBC 纪录片《数学的故事》第一集 宇宙语言，边给学生讲解古埃及与古巴比伦数学，并侧重抽取视频中的一些思考题进行板书慢进，与学生面对面地进行诠释，课后还布置学生重新整理课堂笔记，这样三者结合，自我感觉教学效率与教学效果都不错。		
授课时间	第 4 周	课 次	第 4 次
章 节 名 称	第 3 章 古希腊数学		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学 时数	2
教 学 目 的 要 求	1、了解毕达哥拉斯学派的主要数学成就 2、掌握古希腊三大著名几何问题，重点把握古希腊作图手段——尺规作图法。 3、掌握欧几里得的《几何原本》的内容、背景和特点。 4、了解阿基米德的重要数学成就		
教 学 方 法	练习法、讲解法		
教 学 重 点 难 点	重点：毕达哥拉斯学派的主要数学成就。 难点：欧几里得的《几何原本》的内容、背景和特点。		

教学步骤及内容:

1、现在所知的最早的希腊数学家是泰勒斯，他获得了第一位数学家和论证几何学鼻祖的美名。

泰勒斯的传说：橄榄的故事、泰勒斯仰望星空

2、希腊论证数学的另一个祖师是毕达哥拉斯

毕达哥拉斯学派是个宗教组织，致力于哲学与数学的研究。

毕达哥拉斯学派的贡献：

①毕达哥拉斯定理(百牛定理)

其证明见 P49 图 3.1(四个三角形的面积+内正方形的面积=外正方形的面积)

②正多面体作图

③黄金分割(线段、角度 137.5°)

思考：

(1)测量一下自己的腿长与身高的比例

(2)找一棵植物，测量其相邻两片叶子之间的角度

(3)查找资料(新课程中的数学史(汪晓勤))，证明 P51 三角形数数列的和

$$N = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

P52 $\sqrt{2}$ 等无理数的出现，导致了第一次数学危机的产生。

万物皆数的观点。

3、雅典时期的希腊数学

伊利亚学派：芝诺

诡辩学派：安提丰

雅典学派：柏拉图学派

亚里士多德学派：吕园学派

古希腊三大著名几何问题：①化圆为方②倍立方体③三等分角（尺规作图不可能实现）

4、黄金时代——亚历山大学派

欧几里得、阿基米德、阿波罗尼奥斯三大数学家以及他们的成就标志了古希腊数学的巅峰。

①欧几里得：《几何原本》

②阿基米德：应用数学家

“给我一个支点，我就可以移动地球”

帮国王鉴定金皇冠

③阿波罗尼奥斯：《圆锥曲线论》

5、亚历山大后期和希腊数学的衰落

罗马民族征服希腊各国，建立罗马帝国。唯理的希腊文明从此被务实的罗马文明所取代，罗马突出法典与建筑。

亚历山大后期的希腊几何：海伦公式

亚历山大后期几何学最富创造性的成就是三角学的建立。

托勒密《天文学大成》

丢番图《算术》 墓志铭 P67 计算丢番图的寿命

P68 帕波斯的《数学汇编》被认为是古希腊数学的安魂曲。

P69 希帕蒂娅是历史上第一个有记载的女数学家、哲学家。

复习思考题、作业题： (1)测量一下自己的腿长与身高的比例 (2)找一棵植物，测量其相邻两片叶子之间的角度 (3)查找资料(新课程中的数学史(汪晓勤))，证明 P51 三角形数数列的和 $N = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ (4)整理第 3 章古希腊数学的课堂笔记			
下次课预习要点 <p style="text-align: center;">第 4 章 古代印度与阿拉伯的数学</p>			
教 学 后 记	古希腊毕达哥拉斯学派的一个数学成就是黄金分割比例。授课时可以对这一知识点进行扩充，插入视频短片《大自然的数学》，以图文并茂的形式让学生领略到黄金分割不仅有线段比例，还有角度比例，并从美学应用的角度结合生活实际谈谈黄金分割比的意义，使学生感受到数学就在我们身边，数学的美竟是如此的神奇。		
授课时间	第 5~6 周	课 次	第 5~6 次
章 节 名 称	第 4 章 古代印度与阿拉伯的数学		
授 课 方 式	理论课 (√)、实践课 ()、习题课 ()、其它 ()	教学时数	4
教 学 目 的 要 求	1、掌握印度初等代数发展的三个重要时期。 2、掌握阿拉伯著名数学家花拉子米在代数学方面的重要贡献。 3、了解阿拉伯数学家在三角学与几何学方面所做的主要工作。		
教 学 方 法	讲解法		
教 学 重 点 难 点	重点：印度初等代数发展的三个重要时期。 难点：阿拉伯著名数学家花拉子米在代数学方面的重要贡献。		
教学步骤及内容： 1、随着希腊数学的日渐衰微，数学的发展中心逐渐移至东方(古代中国、古代印度、阿拉伯和中亚西亚国家)。东方数学注重算法，是实用数学，成就主要集中在算术、代数、三角学和几何学。 2、古代印度数学 { ①达罗毗荼人时期(河谷文化)：无可考文字记录 { ②吠陀时期：《绳法经》、巴克沙利手稿 { ③悉檀多时期：黄金时代 3、古印度的文字大部分是写在棕榈树的叶子或树皮上，数学伴随着占星术和宗教活动而出现。 教材 P73 “巴克沙利手稿”与零号 印度—阿拉伯数字 悉檀多时期的印度数学家(4 位)： ①阿耶波多 《阿耶波多历数书》 印度将第一颗人造卫星命名为“阿耶波多号”。 ②婆罗摩笈多 《婆罗摩修正体系》零的运算法则 《肯德卡迪亚格》四边形面积公式(类似于海伦公式)			

③马哈维拉《计算方法纲要》

例题：二次方程

旷野骆驼不知总，四分之一在林中；
全数方根之两倍，漫步山坡各西东；
另有骆驼三乘五，散在岸边迎水中；
林坡岸边三处共，恰为总数之合拢。

④婆什迦罗《莉拉沃蒂》《算法本源》

例题：反演法

什么数乘以 3，加上这个乘积的 $\frac{3}{4}$ ，然后除以 7，减去此商的 $\frac{1}{3}$ ，自乘，减去 52，取平方根，加上 8，除以 10，得 2？

例题：蜜蜂问题

素馨花开香扑鼻，诱得蜜蜂来采蜜。
一群飞入花丛里，试问此群数有几？
全体之半平方根，另有两只在一起。
总数的九分之八，盘旋在外做游戏。

总结印度数学的特点：

- ①发明印度数码与零
- ②承认负数，并给出正确的运算法则
- ③会解方程，特别是解不定方程时有高超的技巧
- ④三角学有重大突破，有弧度制思想
- ⑤几何学较弱
- ⑥文献良莠不齐
- ⑦外来的影响
- ⑧印度人有很强的直觉能力，善于猜测

课外阅读：印度的数学国宝——拉玛努扬，电影《知无涯者》

3、阿拉伯数学

P77 “阿拉伯数学”并非单指阿拉伯国家的数学，而是指 8~15 世纪阿拉伯帝国统治下整个中亚和西亚地区的数学，包括希腊人、波斯人、犹太人和基督徒等所写的阿拉伯及波斯文等数学著作。

在世界文明史上，阿拉伯人在保存和传播希腊、印度甚至中国的文化上，最终为近代欧洲的文艺复兴准备学术前提方面作出了巨大贡献。阿拔斯王朝在巴格达设立“智慧宫”，吸引了大批学者，掀起了著名的翻译运动。

- ①花拉子米与《代数学》(原名《还原与对消计算概要》)
花拉子米是对欧洲数学影响最大的中世纪阿拉伯数学家。
- ②奥马·海亚姆(约 1048~1131) 《还原与对消问题的论证》
波斯人，11 世纪阿拉伯最为著名的数学家、天文学家和诗人。

《鲁拜集》中一首打油诗：

如果又一场洪水爆发，请飞到这里来避一下。
即使整个世界被淹没，这本书依然会干巴巴。

- ③P81 纳西尔·丁：使三角学成为一门独立的学科

阿拉伯人在几何方面的工作主要是对希腊几何的翻译和保存，并传给了欧洲，成果上没有什么突破，但对《原本》中第五公设的讨论，对数学的发展起到了重要的推动作用。

复习思考题、作业题： 整理第4章的课堂笔记并解答其中的三道例题：二次方程、反演法、蜜蜂问题。			
下次课预习要点： 第5章 中世纪和文艺复兴时期的欧洲数学			
教 学 后 记	至此，已学了四章书。在授课时，可适当采用比较法把相关知识串联起来，培养学生的知识迁移能力。比如，讲到本章中古希腊数学的黄金时期——亚历山大时期，古印度数学的黄金时期——悉檀多时期，就可以跟中国古代数学的黄金时期——宋元时期作比较，从历史背景到有突出成就的数学领域以及各国著名的数学家等方面逐一归纳总结，比较分析。		
授课时间	第 7 周	课 次	第 7 次
章 节 名 称	第5章 中世纪和文艺复兴时期的欧洲数学		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 的 目 的 要 求	1、了解中世纪的大历史背景； 2、了解斐波那契数列； 3、了解三、四次方程的求解发展过程； 4、了解符号代数与对数的发展过程。 5、掌握初等代数的发展过程。 6、了解西方对“三角学”的研究过程以及“对数”的发明和应用。		
教 学 方 法	讲解法		
教 学 重 点 难 点	重点：斐波那契数列、笛卡儿对解析几何的历史功绩。 难点：西方对“三角学”的研究过程以及“对数”的发明和应用。		
教学步骤及内容： 第5章 中世纪和文艺复兴时期的欧洲数学 1、中世纪的欧洲数学 公元5—11世纪，封建宗教统治，欧洲文明在整个中世纪处于凝滞状态。 直到12世纪，由于受翻译、传播阿拉伯著作和希腊著作的刺激，欧洲数学才开始复苏，最终导致了文艺复兴时期欧洲数学的高涨。(12世纪是欧洲数学的翻译时代) 欧洲黑暗时期过后，第一位有影响的数学家是斐波那契。他的《算经》系统介绍了印度—阿拉伯数码，还载有“兔子问题”： 某人在一处有围墙的地方养了一对兔子，假定每对兔子每月生一对小兔，而小兔出生后两个月就能发育。问从这对兔子开始，一年内能繁殖成多少对兔子？ 斐波那契数列：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21… 《算经》可以看作是欧洲数学在经历了漫长的黑夜之后走向复苏的号角。但欧洲数学的真正复苏，要到15、16世纪。 2、文艺复兴时期的欧洲数学：向近代数学的过渡 (1)代数学			

欧洲人在数学上的推进是从代数学开始的，它是文艺复兴时期成果最突出、影响最深远的领域，拉开了近代数学的序幕。主要包括三、四次方程求解与符号代数的引入这两个方面。

①三、四次方程的求解：

1515年，波伦亚大学的数学教授费罗发现了形如 $x^3 + mx = n(m, n > 0)$ 的三次方程的代数解法。按当时的风气，学者们不公开自己的研究成果，费罗将自己的解法秘密传给他的学生费奥。1535年，意大利另一位数学家塔塔利亚也宣称自己可以解形如 $x^3 + mx = n(m, n > 0)$ 的三次方程。怀疑之余，费奥向塔塔利亚挑战，要求各自解出对方提出的30个三次方程。比赛在米兰大教堂公开举行，塔塔利亚获胜，却依然保守解法的秘诀。后经一位教书行医于米兰的学者卡尔丹的再三请求，在后者发誓保密的情况下，塔塔利亚将解法传给了卡尔丹。不久，卡尔丹违背诺言在1545年出版的著作《大法》中公布了这些解法。后人称之为卡尔丹公式。后来，卡尔丹的学生费拉里还解决了四次方程的问题，其解法也被卡尔丹写进《大法》中。

数学论文论题：数学史与三次方程的求解

②符号代数的引入

近现代数学最为明显的标志之一，就是普遍地使用了数学符号。

法国数学家韦达的符号体系。他的《分析引论》中，第一次有意识地使用系统的代数字母与符号，同时规定了算术与代数的分解，认为代数运算施行于事物的类或形式，算术运算施行于具体的数。后来，笛卡儿对韦达的符号体系进行了改进，成为了今天的习惯。

数学论题思考：数学家的职业探究——解密各职业之间的相得益彰
(韦达、纳皮尔、费马、莱布尼茨、秦九韶等)

(2)三角学

航海、历法推算以及天文观测的需要，推动了三角学的发展。早期三角学总是与天文学密不可分。在欧洲，第一部脱离天文学的三角学专著是雷格蒙塔努斯的《论各种三角形》。后来，哥白尼的学生雷提库斯采用了六个函数(正弦、余弦、正切、余切、正割、余割)，并编制了10位和15位正弦表。韦达做了平面三角与球面三角系统化工作。

在16世纪，三角学已从天文学中分离出来，成为一个独立的数学分支。

(3)从透视学到射影几何

绘画、制图中提出的如何将三维现实世界绘制到二维的画布上这个问题，刺激而导致了富有文艺复兴特色的学科——透视学的兴起，进而诞生了射影几何学。

意大利不怒雷契：第一个认真研究透视法并试图运动几何方法进行绘画的艺术家

阿尔贝蒂：数学透视法天才，著有《论绘画》

德沙格：法国陆军军官，对透视法所产生的问题从数学上直接给予解答的第一人

帕斯卡：法国数学家，《圆锥曲线论》

(4)计算技术与对数

1585年荷兰数学家史蒂文的《十进算术》系统地探讨了十进制记数及其运算理论，并提倡用十进制小数书写分数，还建议度量衡及币制中也广泛采用十进制。

这一时期计算技术最大的改进是对数的发明和应用。

苏格兰贵族数学家纳皮尔1614年发表《奇妙的对数定理说明书》。

参考资料：数学文化《纳皮尔与对数》共17页文档.pdf

对数的发明大大减轻了计算工作量，很快风靡欧洲，拉普拉斯曾赞誉道：“对数的发明以节省劳力而延长了天文学家的寿命”。

<p>参考资料：(1) 浙江大学网易公开课 蔡天新主讲《数学传奇》 [第 4 集] 从笛卡尔到庞加莱——法国数学的人文传统 https://www.bilibili.com/video/BV1R7411F7VG?p=4</p> <p>(2) bbc_数学的故事_第二集_东方奇才_bbc_the_story_of_math_e02_the_.mp4</p>			
<p>复习思考题、作业题：</p> <p>1、整理第 5 章的课堂笔记</p> <p>2、观看笔记中的 2 个视频资料，写一篇 400 字的读后感。</p>			
<p>下次课预习要点：</p> <p style="text-align: center;">第 6 章 近代数学的兴起</p>			
教 学 后 记	<p>本次课采用超星学习通进行网课演练。通过建立课程、班级相应的微信群与学生实时沟通，并提前把相应章节内容、视频资料、习题讨论等任务发布在学习通上，借助学习通进行考勤点名，根据学生学习进度逐一回应，发现有心学习的同学收获很大，但也有同学自觉性不高，老师还需要再想办法加强督学。</p>		
授课时间	第 8 周	课 次	第 8 次
章 节 名 称	第 6 章 近代数学的兴起		
授 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 的 目 的 要 求	掌握解析几何产生的历史背景，重点认识笛卡儿对解析几何的历史功绩。		
教 学 方 法	讲解法		
教 学 重 点 难 点	<p>重点：认识笛卡儿对解析几何的历史功绩。</p> <p>难点：解析几何产生的历史背景。</p>		
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">第 6 章 近代数学的兴起</p> <p>1、解析几何的诞生</p> <p>到了 16 世纪，对运动与变化的研究已变成自然科学的中心问题，从而导致了变量数学亦即近代数学的诞生。</p> <p>变量数学的第一个里程碑是解析几何的发明，归功于法国的笛卡儿和费马。</p> <p>笛卡儿：1637 年发表了著名的哲学著作《更好地指导推理和寻求科学真理的方法论》，解析几何的发明包含在该书的附录《几何学》中。</p> <p>关于笛卡儿创立解析几何的灵感有两个传说：天花板看苍蝇(蜘蛛)、圣马丁节前夕做的三个梦</p> <p>费马：《论平面和立体的轨迹引论》，书中定义了直线、圆、椭圆、抛物线、双曲线等解析式。</p> <p>2、微积分的创立</p> <p>积分学先于微分学起源。阿基米德、刘徽、祖冲之父子等用无限小过程计算特殊形状的面积、体积和曲线长的工作，是人们建立一般积分学的漫长努力的先驱。求曲线的切线、求瞬时变化率以及求函数的极大极小值等问题，刺激了微分学的发展。</p> <p>(1) 半个世纪的酝酿：</p> <p>(一) 开普勒与旋转体体积</p> <p>(二) 卡瓦列里不可分量原理</p>			

(三) 笛卡儿“圆法”

(四) 费马求极大值与极小值的方法

(五) 巴罗“微分三角形”

巴罗是牛顿的老师。巴罗让贤，科学史上的佳话。

(六) 沃利斯“无穷算术”

站在更高的高度将以往个别的贡献和分散的努力综合为统一的理论，这是 17 世纪中叶数学家们面临的艰巨任务。牛顿和莱布尼茨正是在这样的时刻出场的。

(2) 牛顿的“流数术”

牛顿的生平：教材 P103-104。

① 流数术的初建

《流数简论》是历史上第一篇系统的微积分文献。

牛顿将自古希腊以来求解无限小问题的各种特殊技巧统一为两类普遍的算法——正、反流数术亦即微分与积分，并证明了二者的互逆关系，将这两类运算进一步统一成整体。所以，我们说牛顿发明了微积分。

② 流数术的发展

《自然哲学的数学原理》中的“首末比方法”

③ 《原理》与微积分

《原理》被爱因斯坦盛赞为“无比辉煌的成就”。全书从三条基本的力学定律出发，运用微积分工具，严格地推导证明了包括开普勒行星运动三大定律、万有引力定律等在内的一系列结论，并且还将微积分应用于流体运动、声、光、潮汐、彗星乃至宇宙体系，充分显示了这一新数学工具的威力。

“如果我看得更远些，那是因为我站在巨人的肩膀上”。

牛顿 1727 年因患肺炎与痛风而逝世，葬于威斯敏斯特大教堂。

(3) 莱布尼茨的微积分

莱布尼茨(1646——1716)出生于德国莱比锡一个教授家庭，早年在莱比锡大学学习法律，同时开始接触伽利略、开普勒、笛卡儿、帕斯卡以及巴罗等人的科学思想。1667 年获阿尔特多夫大学法学博士学位，次年开始为缅因茨选帝侯服务，不久被派往巴黎任大使。莱布尼茨在巴黎居留了四年，对他整个科学生涯意义很大，他的许多重大成就包括创立微积分都是在这一时期完成或奠定基础的。

① 特征三角形

莱布尼茨在巴黎与荷兰数学家、物理学家惠更斯的结识、交往，激发了他对数学的兴趣。

牛顿流数论以运动学为背景，莱布尼茨的微积分基于思考几何问题而建立。

② 分析微积分的建立

莱布尼茨将对数列研究的结果与微积分运算联系起来。

“求切线不过是求差，求积不过是求和”

③ 莱布尼茨微积分的发表

1684 年莱布尼茨发表了她的第一篇微分学论文《一种求极大与极小值和求切线的新方法》，这也是数学史上第一篇正式发表的微积分文献。

《新方法》中明确陈述了莱布尼茨 1677 年已得到的函数和、差、积、商、乘幂与方根的微分公式。

对符号的精心选择，是莱布尼茨微积分的又一特点。

④ 其他数学贡献

莱布尼茨的博学多才在科学史上罕有所比。

1666 年发表《组合艺术》，提出符号逻辑的思想。

1679 年撰写《二进制算术》，使他成为二进记数制的发明人。

<p>(4) 牛顿与莱布尼茨</p> <p>微积分发明优先权之争</p> <p>由局外人挑起，莱布尼茨申诉，后在双方的追随者之间越演越烈。直到莱布尼茨和牛顿都去世以后，才逐渐平息并得到解决。经过调查，特别是对莱布尼茨手稿的分析，证实两人确实是相互独立地完成了微积分的发明。就发明时间而言，牛顿早于莱布尼茨；就发表时间而言，莱布尼茨则先于牛顿。</p> <p>参考资料：(1)浙江大学网易公开课 蔡天新主讲《数学传奇》 [第 5 集]牛顿在他的“非典”时期——兼谈微积分优先权之争 https://www.bilibili.com/video/BV1R7411F7VG?p=5 (2)《牛顿的黑暗秘密》 https://open.163.com/newview/movie/free?pid=MBBL49CBB&mid=MBDB1N82Q</p>				
<p>复习思考题、作业题：</p> <p>1、整理第 6 章的课堂笔记</p> <p>2、观看笔记中的 2 个视频资料，写一篇 400 字的读后感。</p>				
<p>下次课预习要点：</p> <p style="text-align: center;">第 7 章 18 世纪的数学 第 8 章 代数学的新发展</p>				
教 学 后 记	<p>这节课通过对牛顿和莱布尼兹的比较，引发了学生很多思考，其中有个学生这样写道：“今天讲的内容里，在讨论牛顿与莱布尼茨的时候，最让我受益匪浅。牛顿的出生和成长环境没有莱布尼茨的好，但牛顿并没有埋怨，他因为家庭环境，性格孤僻，喜欢一个人待着，这也是他的优势，可以有安静的环境很好的集中注意力，完成数学方面的理论研究，从容获得成就，当然最离不开的是他的努力和坚持，到生命的尽头，被葬在英国庄严而神圣的教堂，威斯敏斯特教堂。他的一生验证了一句话“人生没有白走的路，每一步都算数。”而莱布尼茨家境很好，可惜 6 岁那年，父亲去世了。父亲除了给他留下一笔不菲的家业外，还有一个私人图书馆，他也和牛顿一样努力坚持，在数学研究方面都有各自的成就，但是莱布尼茨在生命的尽头，却只有工人和秘书给他送葬，并且是葬在极为普通的一个墓地。牛顿是专而深，莱布尼茨是专而广。不管他们是怎样离去这个世界的，他们都一直在我们心中，他们是知识的贡献者，我们心怀感恩。”</p>			
授 课 时 间	第 9 周	课 次	第 9 次	
章 节 名 称	第 7 章 18 世纪的数学 第 8 章 代数学的新发展			
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)		教 学 时 数	2
教 学 的 要 求	<p>1、了解泰勒、麦克劳林、欧拉、伯努利兄弟、牛顿、莱布尼茨等人在微积分的发展中所做的贡献；</p> <p>2、了解微积分的产生与发展对社会的意义。</p> <p>3、了解一般线性方程组的理论基础。</p> <p>4、理解群论的主要思想，特别关注代数学领域中著名的数学家阿贝尔和加罗瓦。</p> <p>5、了解四元数和超复数的主要内容。</p>			

教 学 方 法	讲解法、讨论法
教 学 重 点 难 点	重点：了解泰勒、麦克劳林、欧拉、伯努利兄弟、牛顿、莱布尼茨等人在微积分的发展中所做的贡献；关注代数学领域中著名的数学家阿贝尔和加罗瓦。 难点：四元数和超复数的主要内容。
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">第 7 章 18 世纪的数学：分析时代</p> <p>18 世纪可以说是分析的时代，也是向现代数学过渡的重要时期。</p> <p>7.1 微积分的发展</p> <p>泰勒公式 麦克劳林公式</p> <p>瑞士巴塞尔的伯努利家族，其中雅各布和约翰是最有影响的两位。 欧拉《无穷小分析引论》，其老师是约翰·伯努利。 欧拉的生平：P115-116.</p> <p>参考资料：1 浙江大学网易公开课 蔡天新主讲《数学传奇》[第 7 集] 欧拉：小国出生的数学大师——兼谈彼得堡学派 https://www.bilibili.com/video/BV1R7411F7VG?p=7</p> <p>2 伯努利家族：横跨 2 个世纪的数学天才制造工厂 https://haokan.baidu.com/v?vid=9527515486550233869&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video</p> <p>(一) 积分技术与椭圆积分 椭圆积分：既不能用代数函数，也不能用通常的初等超越函数(如三角函数、对数函数等)表示。</p> <p>(二) 微积分向多元函数的推广 尼古拉·伯努利 欧拉 达朗贝尔</p> <p>(三) 无穷级数理论 雅各布·伯努利在 1689——1704 年间撰写了 5 篇关于无穷级数的论文，使他成为这一领域的权威。 伯努利数 欧拉常数 发散级数悖论</p> <p>(四) 函数概念的深化 欧拉在《无穷小分析引论》中将函数定义为：“变量的函数是一个由该变量与一些常数以任何方式组成的解析表达式。”，这个定义在 18 世纪后期占据了统治地位。</p> <p>(五) 微积分严格化的尝试 欧洲大陆的数学家们力图以代数化的途径来克服微积分基础的困难。在 18 世纪，这方面的代表人物是达朗贝尔、欧拉和拉格朗日。</p> <p>7.2 微积分的应用与新分支的形成</p> <p>18 世纪数学家们一方面努力探索使微积分严格化的途径，一方面又往往不顾基础问题的困难而大胆前进，大大扩展了微积分的应用范围，尤其是与力学的有机结合，已成为 18 世纪数学的鲜明特征之一。</p> <p>(一) 常微分方程：摆的运动、弹性理论、天体力学等 (二) 偏微分方程：达朗贝尔、欧拉、丹尼·伯努利、傅里叶、拉普拉斯 巴黎三 L：拉普拉斯、拉格朗日、勒让德 (三) 变分法：约翰·伯努利、拉格朗日</p>	

参考资料：一分钟了解约瑟夫·拉格朗日

<https://haokan.baidu.com/v?vid=11561264810850491017&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video>

一分钟了解拉普拉斯

<https://haokan.baidu.com/v?vid=751415450642148057&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video>

在 18 世纪，微分方程，变分法等上述这样一些新的分支与微积分本身一起，形成了被称之为“分析”的广大领域，与代数、几何并列为数学的三大学科。

7.3 18 世纪的几何与代数

(一) 微分几何的形成：克拉洛、欧拉、蒙日

(二) 方程论及其他：高斯、拉格朗日、鲁菲尼、莱布尼兹、克拉默、范德蒙、贝祖、达朗贝尔、韦塞尔、阿尔冈、欧拉、兰伯特、埃尔米特

(三) 数论进展：费马、哥德巴赫、华林、黎曼

参考资料：浙江大学网易公开课 蔡天新主讲《数学传奇》全 10 集[第 6 集] 高斯：离群索居的王子——兼谈哥廷根学派

https://v.youku.com/v_show/id_XOTE3MTUwNTY4.html

《费马最后定理》纪录片 <https://www.bilibili.com/video/av1594327>

第 8 章 代数学的新发展

数学在 19 世纪跨入了一个前所未有、突飞猛进的历史时期，主要分代数、几何、分析三大领域。

8.1 代数方程的可解性与群地发现

历史上，第一个明确宣布“不可能用根式解四次以上方程”的数学家是拉格朗日。

挪威数学家阿贝尔《论代数方程，证明一般五次方程的不可解性》

法国数学家伽罗瓦解决了“什么样的特殊方程能够用根式来求解？”，提出“置换”与“伽罗瓦群”等概念。

8.2 从四元数到超复数

爱尔兰数学家哈密顿的四元数

德国数学家格拉斯曼的超复数

8.3 线性代数

线性代数起源于线性方程组的求解

8.3.1 行列式理论

柯西

8.3.2 矩阵代数

西尔维斯特

8.4 布尔代数

英国数学家布尔 逻辑代数

8.5 代数数论

高斯《算术研究》

“数学是科学的女王，而数论是数学的女王。”

复习思考题、作业题：

1、认识下列数学家，并从中选取一个你最喜欢的写写读后感。(泰勒、麦克劳林、伯努利家族、欧拉、巴黎三 L：拉普拉斯/拉格朗日/勒让德、高斯、伽罗瓦、哈密顿、布尔、阿贝尔、热尔曼)

2、查找资料，了解以下高校或学院：哥廷根大学、巴黎综合工科学学校、剑桥大学三一学院。

下次课预习要点：

第 9 章 几何学的新开创

教 学 记	本次课以上述教学内容为思路逐一展开，结合学生高等数学、线性代数等大学数学基础，挑选难度较适中的知识点进行板书讲解，其中讲了布尔代数运算法则，联系了概率论与数理统计中的随机事件的关系与运算知识，学生容易听明白。此外，本次课的重点放在引导学生通过了解数学家的生平与成就，学习数学家们坚强的意志、对数学的献身精神。		
授课时间	第 10 周	课 次	第 10 次
章 节 名 称	第 9 章 几何学的新开创		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 的 目 的 要 求	1、掌握欧几里得平行公设，以及历史上数学家试图对该公设“证明”的尝试。 2、理解非欧几何产生的历史原因，了解罗氏几何和黎曼几何的主要内容。 3、了解射影几何的起源和大致内容。 4、了解几何基础产生的原因及其对整个数学公理化运动的意义。		
教 学 方 法	讲解法、讨论法		
教 学 重 点 难 点	重点：非欧几何产生的历史原因。 难点：射影几何的起源和大致内容。		
教学步骤及内容： <p style="text-align: center;">第 9 章 几何学的变革</p> <p>9.1 欧几里得平行公设</p> <p>欧几里得第五公设，也称平行公设。</p> <p>今天最常用的替代公设：“过已知直线外一点能且只能作一条直线与已知直线平行”。</p> <p>萨凯里《欧几里得无懈可击》，用归谬法证明平行公设，获得了一系列新奇有趣的结果，如三角形三内角之和小于两个直角；过给定直线外一给定点，有无穷多条直线不与该给定直线相交。</p> <p>萨凯里、克吕格尔和兰伯特，都可以看成是非欧几何的先行者。</p> <p>9.2 非欧几何的诞生</p> <p>最先认识到非欧几何是一种逻辑上相容并且可以描述物质空间、像欧氏几何一样正确的新几何学的是高斯。“非欧几何”这个名称也正是来自高斯。但高斯怯于同当时的传统挑战，对新发现秘而不宣。</p> <p>匈牙利青年数学家波约企图通过高斯的关系将自己关于非欧几何的研究公之于世，失败、失望。波约父亲安慰“春天的紫罗兰在处处盛开”。</p> <p>1826年，俄国数学家罗巴切夫斯基在喀山大学发表了《简要论述平行线定理的一个严格证明》的演讲，报告了自己关于非欧几何的发现。</p> <p>罗巴切夫斯基非欧几何的基本思想与高斯、波约是一致的，即用与欧几里得第五公设相反的断言：通过直线外一点，可以引不止一条而至少是两条直线平行于已知直线，作为替代公设，由此出发进行逻辑推导而得出一连串新几何学的定理。这个理论就是一种新的几何学——非欧几里得几何学。</p> <p>当罗巴切夫斯基一开始公布他的这些几何学的定理时，的确遭到了高斯所预料的“波哀提亚人的叫嚣”，但罗巴切夫斯基表现得比高斯更有勇气，他坚信自己的新几何学的正确性。</p>			

9.3 非欧几何的发展与确认

非欧几何从发现到获得普遍接受，经历了曲折的道路。罗巴切夫斯基终其一生努力后并没有实现这个目标。

首先是德国数学家黎曼在 1854 年发展了罗巴切夫斯基等人的思想而建立了一种更广泛的几何，即现在所称的黎曼几何。罗巴切夫斯基几何和欧氏几何都只不过是这种几何的特例。

黎曼可以说是最先理解非欧几何全部意义的数学家。但黎曼的理论仍然难以被同时代人理解。据说当年他在哥廷根大学演讲时除了年迈的高斯外没有人能听懂黎曼的意思。

《数学史概论》李文林版 P239 黎曼的生平：高斯的学生

19 世纪 70 年代以后，意大利数学家贝尔特拉米、德国数学家克莱因和法国数学家庞加莱等人先后在欧几里得空间中给出了非欧几何的直观模型，从而揭示出非欧几何的现实意义。至此，非欧几何才真正获得了广泛的理解。

9.4 射影几何的繁荣

非欧几何揭示了空间的弯曲性质，将平直空间的欧氏几何变成了某种特例。

射影几何的早期开拓者德沙格、帕斯卡。

将射影几何真正变革为具有自己独立的目标与方法的学科的数学家，是曾受教于蒙日的庞斯列。

《数学史概论》李文林版 P242 庞斯列两年铁窗生涯与射影几何

庞斯列是用综合的方法为射影几何奠基，德国数学家默比乌斯和普吕克开创了射影几何研究的解析(或代数)途径。

9.5 几何学的统一

在数学史上，罗巴切夫斯基被称为“几何学上的哥白尼”。

非欧几何对于人们的空间观念产生了极其深远的影响；非欧几何的出现打破了长期以来只有一种几何学即欧几里得几何学的局面。

统一几何学的第一个大胆计划是由德国数学家克莱因提出的。1872 年，克莱因被聘为埃尔朗根大学的数学教授，按惯例，他要向大学评议会和哲学院作就职演讲，克莱因的演讲以《爱尔朗根纲领》著称，阐述了几何学统一的思想，当时克莱因年仅 23 岁。1886 年，克莱因受聘到哥廷根大学担任教授。

哥廷根大学的希尔伯特：统一几何学的途径——公理化方法。《几何基础》

参考资料：哥廷根大学：高斯、黎曼、克莱因、希尔伯特

复习思考题、作业题：

填空题：

- 1、非欧几何的创立主要归功于数学家()、()、()。
- 2、解析几何的发明归功于法国数学家()和()。
- 3、“非欧几何”理论的建立源于对欧几里得几何体系中()的证明，最先建立非欧几何理论的数学家是()。
- 4、希尔伯特在历史上第一次明确地提出了选择和组织公理系统的原则，即()、()、()。
- 5、简述克莱茵的爱尔朗根纲领。

下次课预习要点： 第 10 章 分析的严格化			
教 学 后 记	本次课依据授课内容的思路先后插入数学家波约、罗巴切夫斯基、黎曼、庞斯列、克莱因、克莱因、希尔伯特等数学家的故事，把深奥难懂的数学知识关联了起来，侧重对学生进行数学精神的熏陶，人文情怀的影响。课前我还把相关学习资料上传至学习通，方便学生进一步自学。		
授课时间	第 11 周	课 次	第 11 次
章 节 名 称	第 10 章 分析的严格化		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教 学 时 数	2
教 学 目 的 要 求	1、理解微积分理论严格化的具体进程。 2、了解集合论的产生过程。 3、了解柯西、庞加莱、克莱因等数学家的主要数学成就。		
教 学 方 法	讲解法、讨论法		
教 学 重 点 难 点	重点：柯西、庞加莱、克莱因等数学家的主要数学成就 难点：集合论的产生过程		
教学步骤及内容： 第 10 章 分析的严格化 10.1 柯西与分析基础 柯西对微积分的基本概念，如变量、函数、极限、连续性、导数、微分、收敛等给出了明确的定义，并在此基础上重建和拓展了微积分的重要事实与定理。 柯西的研究结果一开始就引起了科学界很大的轰动。拉普拉斯 P253 李文林版 10.2 分析的算术化 柯西的工作在一定程度上澄清了微积分基础问题上长期存在的混乱，但他的理论还只能说是“比较严格”，如他用了许多“无限趋近”、“想要多小就多小”等直觉描述的语言。 德国数学家维尔斯特拉斯在 1861 年举出一个处处连续但却处处不可微的函数例子，掀起了“分析算术化”运动。 ϵ - δ 语言 10.2.1 维尔斯特拉斯 维尔斯特拉斯生平，“现代分析之父” 《数学史概论》李文林版 P255-257 10.2.2 实数理论 维尔斯特拉斯给出了第一个严格的实数定义。 戴德金和康托尔在他们各自的实数定义下都严格证明了实数系的完备性，即由实数构成的基本序列不会产生任何更新类型的数。			

<p>10.2.3 集合论的诞生 康托尔证明了全体有理数的集合是可数的，还证明了实数不可数。但他没有解决著名的连续统假设问题。</p> <p>10.3 分析的扩展 复变函数论、微分方程、解析数论、概率论等新分支应运而生。</p> <p>10.3.1 复分析的建立 复分析真正作为现代分析的一个研究领域，是在 19 世纪建立起来的，主要奠基人是柯西、黎曼和维尔斯特拉斯。</p> <p>10.3.2 解析数论的形成 素数定理，黎曼猜想 欧拉、狄利克雷、勒让德、高斯、黎曼、阿达马、瓦莱.普桑</p> <p>10.3.3.数学物理与微分方程 18 世纪，数学与物理的结合点主要是常微分方程。 19 世纪，偏微分方程的求解成为数学家和物理学家关注的重心。 1822 年，法国数学家傅里叶发表《热的解析理论》，拉开了偏微分方程发展的序幕。 19 世纪偏微分方程的另一个重要发展是围绕着位势方程来进行的，这方面的代表人物是英国数学家格林。位势方程也称拉普拉斯方程。 俄国女数学家柯瓦列夫斯卡娅 《数学史概论》李文林版 P271-272 德国数学家克雷尔的《数学杂志》 《数学史概论》李文林版 P257 法国数学家庞加莱 庞加莱、克莱因和希尔伯特，是在 19 世纪和 20 世纪数学交界线上高耸着的三大巨大身影。 参 考 资 料：数 学 家 庞 加 莱 的 小 故 事 —— 《 52 百 科 》 第 十 期 https://www.56.com/u91/v_MTQ3NTU0MjU2.html 推荐读物：《高观点下的初等数学》：伟大的数学教育家、哥廷根数学学派领袖的不朽经典。</p>			
<p>复习思考题、作业题： 查找资料：“现代分析之父”德国数学家维尔斯特拉斯，谈谈他对你的影响。</p>			
<p>下次课预习要点： 第 11 章 20 世纪纯粹数学的发展</p>			
教 学 记 后	<p>通过引导学生阅读“大器晚成的数学伟人——维尔斯特拉斯”一文，让学生感受维尔斯特拉斯深刻的数学研究、出色的数学教育、伟大的品德人格，给学生树立一个师者的榜样，以后我们小教专业的毕业生出去外面，就有信心学习维尔斯特拉斯的孜孜不倦的师道与专注潜心的科学研究。同时也符合了同学们对数学史课程的预期：多一点数学故事。</p>		
授课时间	第 12 周	课 次	第 12 次
章 节 名 称	第 11 章 20 世纪纯粹数学的发展		
授 课 方 式	理论课 (√)、实践课 ()、习题课 ()、其它 ()	教学时数	2

教 学 目 的 要 求	1、了解希尔伯特提出的“23个数学问题”。 2、了解实变函数、泛函分析、抽象代数的产生以及发展过程。 3、了解拓扑学等诸多数学分支的产生及主要思想。
教 学 方 法	讲解法、讨论法
教 学 重 点 难 点	重点：20世纪数学的发展的特征与趋势 难点：实变函数、泛函分析、抽象代数的产生以及发展过程
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">第 11 章 20 世纪纯粹数学的发展</p> <p>现代数学不再仅仅是代数、几何、分析等经典学科的集合，而已成为分支众多的、庞大的知识体系，并且仍在继续急剧地变化发展之中。大体说来，数学核心领域(即核心数学，也称纯粹数学)的扩张，数学的空前广泛的应用，以及计算机与数学的相互影响，形成了现代数学研究活动的三大方面。</p> <p>11.1 新世纪的序幕</p> <p>1900年8月，德国数学家希尔伯特在巴黎国际数学家大会上作了题为《数学问题》的著名讲演，演说的主体是他根据19世纪数学研究的成果和发展趋势而提出的23个数学问题。这些问题中近一半已经解决或基本解决，有些问题虽未最后解决，但也取得了重要进展。对这些问题的研究大大推动了科学的发展。</p> <p>参考资料：BBC 数学纪录片《数学的故事》，第四集：《无穷的奥秘》</p> <p>11.2 更高的抽象</p> <p>更高的抽象化是20世纪纯粹数学的主要趋势或特征之一，主要是受康托尔的集合论和希尔伯特的公理化方法所推动。</p> <p>抽象化的发展，导致了20世纪上半叶实变函数论、泛函分析、拓扑学和抽象代数等具有标志性的四大抽象分支的偃兴。</p> <p>11.2.1 勒贝格积分与实变函数论</p> <p>11.2.2 泛函分析</p> <p>11.2.3 抽象代数</p> <p>11.2.4 拓扑学</p> <p>拓扑学研究几何图形的连续性质。</p> <p>欧拉的哥尼斯堡七桥问题，地图四色问题</p> <p>11.2.5 公理化概率论</p> <p>概率论起源于博弈问题。“如果两人赌博提前结束，该如何分配赌金”</p> <p>参考资料：https://v.qq.com/x/page/x0665uq1t7r.html</p> <p>微课一：概率论的起源与发展</p> <p>柯尔莫哥洛夫公理化</p> <p>参考资料：https://www.iqiyi.com/w_19rzp8j8u9.html</p> <p>柯尔莫果洛夫</p> <p>11.3 数学的统一化</p> <p>数学内部新的综合交叉学科的不断兴起</p> <p>丘成桐</p> <p>参考资料：</p>	

<p>http://v.360kan.com/sv/c4PI0WXJSxH6Si.html?from=videoso_result 丘成桐几乎拿遍数学界奖项，27岁证明卡拉比猜想震惊世界</p> <p>11.4 对基础的深入探讨</p> <p>罗素悖论(理发师悖论)</p> <p>参考资料： https://haokan.baidu.com/v?vid=5967270606482219573&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video 「数学小零食」五分钟理解罗素悖论</p> <p>三大学派：以罗素为代表的逻辑主义 以布劳威尔为代表的直觉主义 以希尔伯特为代表的形式主义</p>			
<p>复习思考题、作业题：</p> <p>1、20世纪数学发展的三大特征和趋势分别是什么？</p> <p>2、简述历史上三大数学危机的产生与解决。</p> <p>3、谈谈现代数学经典三大学科分别是什么，以及现代数学三大研究活动分别是什么。</p>			
<p>下次课预习要点：</p> <p style="text-align: center;">第12章 20世纪应用数学的发展</p>			
教 学 后 记	<p>本次课最后部分安排现场在学习通上完成课堂作业，作业为三道简答题，大部分的答案课堂上已经有提过，但有的同学对这门课的态度不够认真，借此测试区分出平时表现好的学生与差的学生，给平时成绩一个参考依据。</p>		
授课时间	第 13~14 周	课 次	第 13~14 次
章 节 名 称	第 12 章 20 世纪应用数学的发展		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	4
教 学 目 的 要 求	<p>1、理解数学应用的广泛性。</p> <p>2、了解数理统计、运筹学、控制论等学科的主要思想。</p> <p>3、正确理解计算机产生的过程</p>		
教 学 方 法	讲解法、讨论法		
教 学 重 点 难 点	<p>重点：计算机影响下的数学。</p> <p>难点：数理统计、运筹学、控制论等学科的主要思想</p>		
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">第 12 章 20 世纪应用数学的发展</p> <p>12.1 应用数学的新时代</p> <p>应用数学的这个新时代具有以下几个方面的特点：</p> <p>(1)数学的应用突破了传统的范围而向人类几乎所有的知识领域渗透。</p> <p>(2)纯粹数学几乎所有的分支都获得了应用，其中最抽象的一些分支也参与了渗透。</p> <p>(3)现代数学对生产技术的应用变得越来越直接。</p>			

(4)现代数学在向外渗透的过程中，产生了一些相对独立的应用学科。

12.2 数学向其他科学的渗透

12.2.1 数学物理

数学相继在应用于相对论、量子力学以及基本粒子物理等方面取得了一个又一个的突破，极大地丰富了数学物理的内容，同时也反过来刺激了数学自身的进步。

12.2.2 生物数学

英国统计学家皮尔逊首先将统计学应用于遗传学与进化论，并于 1902 年创办了《生物统计学》杂志。冯·诺依曼说过：“在现代实验科学中，能否接受数学方法或与数学相近的物理学方法，已越来越成为该学科成功与否的重要标准。”

CT 扫描仪的发明。科马克与亨斯菲尔德共同荣获了 1979 年诺贝尔医学生理学奖。

现代生物数学可以按方法论分成三大部门，即生物统计、生物动力系统和生物控制论。

12.2.3 数理经济学

“纳什均衡”理论。纳什因此获得了 1954 年诺贝尔经济学奖。

参考资料：

《美丽心灵》博弈论 纳什 <https://v.qq.com/x/page/r0761w5ntby.html>

12.3 独立的应用学科

12.3.1 数理统计

12.3.2 运筹学

线性规划、非线性规划和动态规划

囚徒困境

有一天，一位富翁家中被盗，警方最后抓到两个犯罪嫌疑人A和B，并从他们家中搜出被盗财物，但是两名犯罪嫌疑人矢口否认盗窃。

这时候如果你是警察，你该怎么办呢？

这时候要用到博弈论里面的囚徒困境的知识。

首先将两名犯罪嫌疑人关在不同的房间审讯，然后分别对两个人单独谈话：

“如果你坦白罪行的话，你被判一年，而你的同伙将要被判10年，如果你拒不承认，而你的同伙坦白，你10年，他1年。如果你们两个都坦白，你们每人被判5年。

这种情况犯罪嫌疑人会怎么选择呢？

当然如果两人都不承认，那么判刑是最轻的。

但是因为被分别隔离无法串供，所以这时候，每个犯罪嫌疑人从对自己有利的角度出发分析：

如果自己否认，一旦对方承认，自己将要面临10年刑期！如果坦白，那么自己的刑期最少是1年，即使对方也坦白被判5年也总比10年好。

这时候对于理性人，坦白交代是最佳策略。

所以，两人合理的选择是坦白，原本对双方都有利的策略(抵赖)的结局就不会出现。

这就是博弈论里面著名的囚徒困境。

这样两人都选择坦白的策略以及因此被判5年的结局被称为“纳什均衡”，也叫非合作均衡。

12.3.3 控制论

创始人维纳

1948年，维纳出版了《控制论》，宣告了控制论这门学科的诞生。

维纳的生平。《数学史概论》李文林版 P328

12.4 计算机与现代数学

12.4.1 电子计算机的诞生

冯·诺依曼，阿兰·图灵

参考资料：【CCTV】《探索发现》阿兰·图灵——破译纳粹密码的人

<https://www.bilibili.com/video/av14357728>

【天才简史-冯诺依曼】冯诺依曼，一个估计找上帝买了挂的男人！

<https://www.bilibili.com/video/av20711906>

【天才简史-图灵】旷世奇才，图灵的传奇！

https://www.bilibili.com/video/BV1tx411V7yQ/?spm_id_from=333.788.recommend_more_video.0

投

12.4.2 计算机影响下的数学

(一) 计算数学的兴旺

(二) 纯粹数学研究与计算机

(三) 计算机科学中的数学

参考资料：浙江大学网课：《计算机中的数学》<https://www.bilibili.com/video/BV1mz4y1X7y3?p=8>

复习思考题、作业题：

- 1、应用数学的这个新时代具有哪些特点？
- 2、计算机是如何产生的？

下次课预习要点：

第 13 章 数学与现代社会

教后学记	由于控制论、运筹学等课程同学们未曾接触，加之学生的数学基础薄弱，本次课采用了囚徒困境这个例子介绍纳什的均衡博弈，并通过奥斯卡获奖电影《美丽心灵》把诺贝尔经济学家得主纳什介绍给学生认识。在讲到计算机对数学的影响时，重点介绍了两位伟大的数学家，也是计算机之父：冯·诺依曼和图灵。其中，还揭示了苹果公司采用被咬了一口的苹果作 logo 的原因，增加课堂的趣味性。最后，为了使学生更直观地感受到计算机对数学的影响，理解数学如何跟计算机结合起来推动科技发展，社会进步的，借助了浙江大学的一个网课：《计算机中的数学》。		
授课时间	第 15 周	课 次	第 15 次
章 节 名 称	第 13 章 数学与现代社会		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 的 目 的 要 求	理解数学的发展与社会进步的相互联系，了解历史上数学发展中心的迁移。		
教 学 方 法	讲解法、讨论法		
教 学 重 点 难 点	重点：理解数学的发展与社会进步的相互联系 难点：了解历史上数学发展中心的迁移		
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">第 13 章 数学与现代社会</p> <p>13.1 数学与社会进步</p> <p>(1) 数学对人类物质文明的影响，最突出的是反映在它和能从根本上改变人类物质生活方式的产业革命的关系上。</p> <p>数学，无时无刻不散发着它独特的魅力。上到宇宙飞船遨游外太空，下至小商小贩行走菜市场，这门与每个人生活都息息相关的学科一直在默默地推动历史前进的脚步。每一次科技革新，每一次学术突破，数学已经延伸到各个领域并且起到了不可替代的作用。在近代史上，有三个时间转折点对人类文明的进步至关重要，每一个转折点都是科技技术突飞猛进的更替，我们把这种转折点称为——工业革命。工业革命给生产方式带来了彻底的改变，可以说每一次工业革命对于人类文明的推力都是巨大的，今天我们就来盘点一下：三次工业革命中，数学究竟起到了多么重要的作用。第一次工业革命起源于 18 世纪 60 年代的英国，这次工业革命也开创了以机器代替手工劳动的时代，极大的提高了生产力，进一步瓦解了封建统治的压迫。而推动第一次工业革命开始的主要标志就是蒸汽机的改良和纺织机的发明。而我们知道，将微积分学深入发展是 18 世纪数学的主流，这种发展是与广泛的应用密切交织在一起的。十八世纪中，包括牛顿和莱布尼兹在内的许多大数学家都在为这门学科的完善付出了时间与精力。而正是微积分的应用解决了对于运动和能量转换的数据运算，才</p>			

帮助瓦特进行蒸汽机的改进以及纺织机的发明。在人类文明近代史上，数学的重要性被科学家们所认知，在数学方面的投入和研究也开始不断加大。第二次工业革命始于19世纪60年代后期，在这段时间，由于科技水平的提高，涌现了一系列的重大发明。1866年，德国人西门子第一次制造了发电机，到了70年代，实际可用的发电机正式面世。电器开始用于替代机器，成为补充和取代以蒸汽机为动力的新能源。随后，电灯、电车、电影放映机相继问世，人类进入了“电气时代”。与此同时，科学技术的进步也带动了电讯事业的发展。19世纪70年代，美国人贝尔发明了电话，90年代意大利人马可尼试验无线电报取得了成功，都加快了信息传递交流的速度。世界各国的经济、政治和文化联系进一步加强。这两样最为重要的发明都是电磁理论的实际应用，而**电磁理论是当时数学分析、偏微分方程等数学学科取得巨大发展的直接产物**。如法国数学家泊松，安培等人运用微积分奠定了电磁作用的数学基础。数学王子高斯不仅对电磁理论卓有贡献，而且他本人就是电报装置的发明者；至于现代无线电通信技术，则是麦克斯韦从数学上预报了电磁波的存在。这些伟大的数学家们对推动第二次工业革命和为发明家们提供理论基础立下了汗马功劳。我们把目光投向现代，第三次工业革命由于其特点又被称为第三次科技革命。因为这次的变革不只是对工业生产上取得了巨大的效益，在平民的生活中，也产生了翻天覆地的改变。从20世纪40年代开始的**第三次产业革命，主要是电子计算机的发明使用、原子能的利用以及空间技术、生产自动化等**。爱因斯坦利用数学理论推导出的著名公式 $E=mc^2$ 为原子能的释放提供了科学依据。而也是在爱因斯坦和他的质能方程的帮助下，开发出了毁天灭地的暴力武器——**原子弹，也间接起到了终止第二次世界大战的作用**。战争过后，原子能的应用也被引导向民用，**核电站的开发极大的缓解了我们能源不足的生活问题**。而计算机诞生所带来的影响我想不用大肆渲染读者们也都有着深刻的体会。时至今日，计算机和互联网已经成为了我们身边不可替代的一部分。一串串由简单的1和0所组成的数据流推动着社会的发展，刺激着科技的进步，也为每一个普通人提供着便利。在计算机发展史上每一个重要节点，都有着无数数学家们的足迹。例如图灵从数学上证明了制造通用数字计算机的可能性，数学家冯诺依曼提出的设计思想是设计制造现代计算机的基础等等…对于第三次科技革命，可以说没有数学家们的参与和数学理论的应用是不可能完成的。数学也如同开篇所说变得越来越和我们息息相关。可以预见，在不远的将来，随着数学研究的愈发深入，我们还会迎来第四次，第五次工业革命。数学，成为了人类文明的参与者，数学，成为了人类文明的见证者。

参考资料：<https://www.bilibili.com/read/cv2768803/>

(2) **数学对人类精神文明的意义，也突出地反映在它与历次重大思想革命的关系上。**

由于不可抗拒的逻辑说服力和无可争辩的精确性，数学往往成为解放思想的决定性武器。如布鲁诺为哥白尼“日心说”被活活烧死在罗马鲜花广场，而伽利略被宗教裁判所判罪而终身软禁。日心说的决定性胜利是在牛顿用最新数学工具——微积分和严密的数学推理从动力学定律、万有引力定律出发推演出太阳系的运动之后。

13.2 数学发展中心的迁移

历史上数学发达中心的迁移，同社会政治、经济重心的迁移基本上是相吻合的。

古希腊——印度、阿拉伯、中国——欧洲(意大利、英国、法国、德国)——美国哥廷根数学的兴衰：

高斯——狄利克雷、黎曼——克莱因——希尔伯特

1943年，希尔伯特在极其孤寂和抑郁悲愤的情况下离世。哥廷根数学中心从此一蹶不振。

13.3 数学的社会化

数学的社会化过程大致完成于19世纪，而在20世纪得到了极大的加强。

13.3.1 数学教育的社会化

将数学教育改革为面向更广泛的对象的社会化事业，并与数学研究相结合，这方面的巨大冲击首先是来自法国大革命。

13.3.2 数学专门期刊的创办

13.3.3 数学社团的成立

1897年，来自16个国家和208名数学家在瑞士苏黎世举行了第一次国际数学家大会，并决定以后定期召开这样的大会。1900年，第二次国际数学家大会在巴黎举行。2002年国际数学家大会在中国北京举行。

中国数学会于1996年加入了国际数学联盟。

13.3.4 数学奖励

1901年开始颁发的诺贝尔奖中没有数学奖。

数学中的菲尔兹奖堪称数学届的“诺贝尔奖”。主要奖励年轻数学家的工作，只授予40岁以下的数学家。

“数学修士”佩雷尔曼，庞加莱猜想证明

参考资料：视金钱如粪土，一生只爱破解世纪难题，顶级数学家靠领救济金度日

<https://haokan.baidu.com/v?vid=18302472176818961544&pd=bjh&fr=bjhaauthor>

&type=video			
<p>追寻宇宙的形状：庞加莱猜想 数学界千禧难题</p> <p>https://haokan.baidu.com/v?vid=8041769059069558436&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video</p>			
<p>补充学习：张克新. 论数学危机与思想解放[J]. 黄冈职业技术学院学报, 2016(6).</p> <p>http://m.chaoxing.com/mqk/read_38502727e7500f26818d0a1870f1760b3de510c1bb64ba7d1921b0a3ea255101fc1cf1fbb4666ae6d2410652c0f844f2d434d3185c899d055053cbdcb66911f23112d1fdc24228ba9d7a6eeda25003d5?uid=93561756&aid=1146&from=screen</p>			
<p>复习思考题、作业题：</p> <p>如何理解数学危机与人类思想解放？</p>			
<p>下次课预习要点：</p> <p style="text-align: center;">第 14 章 中国现代数学的发展</p>			
教 学 后 记	<p>数学是一门经典的科学，也是一门常新的科学。数学的每一次重大进步，都是人类历史上的一次大的思想解放和创新的过程。纵观数学的发展史，史学家有把它概括为三次数学危机，也有概括为四次数学危机。从推动科学的发展作用上看，更倾向于概括为四次数学危机。探讨四次数学危机，可以发现其与人类思想解放和创新的关系。</p> <p>本次课最后借一篇学术论文(张克新. 论数学危机与思想解放[J]. 黄冈职业技术学院学报, 2016(6).)来总结了数学危机与思想解放的关系，同时也给同学们展示了学术论文的写作流程。</p>		
授课时间	第 16~17 周	课 次	第 16~17 次
章 节 名 称	第 14 章 中国现代数学的发展		
授 课 方 式	理论课 (<input checked="" type="checkbox"/>)、实践课 (<input type="checkbox"/>)、习题课 (<input type="checkbox"/>)、其它 (<input type="checkbox"/>)	教学时数	4
教 学 的 目 的 要 求	<p>1、正确理解中国数学的过去与今天。</p> <p>2、重点了解数学家李善兰、华罗庚、陈省身、苏步青等的生平及对后人的教育作用。</p>		
教 学 方 法	讲解法、讨论法		
教 学 重 点 难 点	<p>重点：了解数学家李善兰、华罗庚、陈省身、苏步青等的生平及对后人的教育作用</p> <p>难点：正确理解中国数学的过去与今天</p>		
<p>教学步骤及内容：</p> <p style="text-align: center;">第 14 章 中国现代数学的发展</p> <p style="text-align: center;">14.1 西方数学在中国的早期传播</p>			

从 17 世纪初到 19 世纪大约三百年时间，出现了两次西方数学传播的高潮。

第一次是从 17 世纪初到 18 世纪初，标志性事件是欧几里得《原本》的首次翻译。徐光启和利玛窦。

第二次是从 19 世纪中叶开始，除了初等数学，还传入了解析几何、微积分、无穷级数论、概率论等近代数学。李善兰和伟烈亚力。

华蘅芳。

中国现代数学的真正开拓，是在辛亥革命以后，兴办高等数学教育是重要标志。

14.2 高等数学教育的兴办

鸦片战争后，一面竭力改革国内数学教育，一面派遣留学生出国学习西方数学。

中国现代数学事业的开拓，充满了开路先锋们包括许多无名英雄可歌可泣的事迹！

14.3 现代数学研究的兴起

陈建功、苏步青、江泽涵、熊庆来、曾炯之、华罗庚、陈省身、许宝騄、周炜良、吴文俊等。

参考资料：大师 2014：陈省身

<https://haokan.baidu.com/v?vid=2659774355267893879&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video>

数学大师陈省身

<https://v.qq.com/x/page/a017554wuxe.html>

追忆数学世界的老顽童——吴文俊

<https://haokan.baidu.com/v?vid=7028646648072256907&pd=bjh&fr=bjhauthor&type=video>

《人物·故事》 20200113 国家最高科学技术奖获得者·吴文俊

<http://tv.cctv.com/2020/01/13/VIDEbx93p4nQVPpUSC10B8jc200113.shtml?spm=C59377.P32QMZU>

[ANA4B.EYSrG0PjPsaO.3](#)

华罗庚纪录片(全八集)

华罗庚（一）：发愤为雄 [探索发现] 20110910

<http://tv.cntv.cn/video/C14092/d0a09788c44e42f8450e9cbf462ca865>

华罗庚（二）：情牵国运 [探索发现] 20110911

<http://tv.cntv.cn/video/C14092/0be2cf03c6fd48cfb1f5a090db032203>

华罗庚（三）：胸怀蓝图 [探索发现] 20110912

<http://tv.cntv.cn/video/C14092/70d87203c9b34a4d18a3bebd885172f5>

华罗庚（四）：志在创新 [探索发现] 20110913

http://tv.cntv.cn/video/c14092/ea58e1e97c4e4a08aab3dc8e84df8e1c 华罗庚（五）：甘为人梯 [探索发现] 20110914 http://tv.cntv.cn/video/C14092/c51e881c5ac24b5ac13505b2d0ed98a8 华罗庚（六）：大哉为用 [探索发现] 20110915 http://tv.cntv.cn/video/C14092/cd459bd08fa04de777aaf48886b65b44 华罗庚（七）：普及双法 [探索发现] 20110916 http://tv.cntv.cn/video/C14092/14e6f55a749646ae9a64058bee30fe91 华罗庚（八）：山高水长[探索发现] 20110917 http://tv.cctv.com/2012/12/15/VIDE1355518412709571.shtml 华罗庚普及数学的报告写成了书： (1) 《从杨辉三角谈起》 (2) 《谈谈与蜂房结构有关的数学问题》 (3) 《从祖冲之的圆周率谈起》 (4) 《从孙子的“神奇妙算”谈起》 (5) 《数学归纳法》			
复习思考题、作业题： 1、你是如何看待华罗庚和陈省身的不同生活道路选择的？ 2、阅读张奠宙、王善平著的《陈省身传》一书。			
下次课预习要点： 1、梳理整本书的知识结构，重难点； 2、检查手机中的学习通 App 是否能正常使用，是否已经正确加入对应班级。			
教 学 后 记	这部分内容讲中国现代数学的发展，同学们还是比较熟悉的，比如华罗庚，从小就学过他的统筹方法，但通过观看华罗庚纪录片，使得同学们对华罗庚的认识更加深入了，文革时数学家华罗庚遭遇了许多困难，都没有动摇他用数学为中国人民服务的决心，真的很值得我们钦佩。		
授课时间	第 18 周	课 次	第 18 次
章 节 名 称	期末复习 随堂考查		
授 课 方 式	理论课 ()、实践课 ()、习题课 ()、其它 (<input checked="" type="checkbox"/>)	教学时数	2
教 学 目 的 要 求	1、梳理整本书的知识结构，重难点； 2、利用学习通进行期末随堂考查		

